

KRAVE V LABIRINTU

Labirinti so bolj pogosti v resni matematiki, kot si mogoče predstavljate. Vsaka matematična raziskava pravzaprav zahteva, da najdeš pot skozi labirint različnih trditv. Pravo pot od ene do druge trditve najdemo z logičnim sklepanjem. Nova vrsta labirinta, ki ga je izumil Robert Abbott [1], je mešanica logičnega in prostorskega labirinta. Avtor ga je poimenoval: ‘*Kje so krave?*’.

Abbottov labirint temelji na logičnih izjavah, ki se nanašajo same nase. Izjave te vrste povzročajo glavobole logikom in filozofom. Tak primer je paradoks povezan z Epimenidesom, Krečanom, ki je zatrdil, da so vsi Krečani lažnjivci. Bistvo njegove trditve lahko povzamemo v naslednjem stavku:

TA STAVEK NI RESNIČEN.

Kaj torej, je resničen ali ni? V težavah ste v obeh primerih. Obstajajo tudi trditve, ki se sklicujejo druga na drugo, kot naprimjer naslednji dve:

NASLEDNJI STAVEK JE RESNIČEN.

PREJŠNJI STAVEK NI RESNIČEN.

To je logično minsko polje.

Ali lahko izjave, ki se sklicujejo same nase prinesejo dodatno zmedo v labirinte? Nedvomno lahko. Lep primer je Abbottov labirint, prikazan na sliki. Ne samo, da se izjave v labirintu sklicujejo druga na drugo, tudi pravila igre se spreminja glede na to, kako potujete po labirintu.

Pri premikanju po tem labirintu potrebujete obe roki. V vsaki držite po en svinčnik (ali kako drugo kazalo), da si boste lažje zapomnili kje ste. Na začetku postavite en svinčnik na tablico 1 in drugega na tablico 7. (Številke tablic si namenoma ne sledijo čisto zaporedno.) Vaš cilj je, da naredite tako zaporedje potez, da bo na koncu vsaj eden od obeh svinčnikov kazal na tablico z napisom ‘CILJ’. Potezo naredite tako, da izberete enega od obeh svinčnikov in upoštevate navodila na tablici, na katero kaže izbrani svinčnik. To je vse. Nobene druge izbire ne bo treba opraviti, razen, ko boste sledili navodilu na tablici 55.

Poglejmo primer. Recimo, da je vaša prva izbira svinčnik, ki kaže na tablico 7. Odgovor na vprašanje s te tablice (“ALI JE DRUGI SVINČNIK NA TABLICI, OZNAČENI Z NEPARNO ŠTEVILKO?”) je nedvomno ‘DA’. Torej morate premakniti svinčnik s tablice 7 po poti označeni z ‘DA’ do tablice 26.

Enostavno? Kar počasi. Recimo, da sedaj izberete svinčnik, ki kaže na tablico 26. “ČE BI IZBRAL DRUGI SVINČNIK, ALI BI SE PREMAKNIL NAPREJ PO POTI OZNAČENI Z ‘NE’ ? ” Hmm. Drugi svinčnik je bil (in je še vedno) na tablici 1. Če bi izbrali tega, potem bi se vprašanje glasilo: “ALI KAŽE DRUGI SVINČNIK NA TABLICO, NA KATERI JE NAPIS RDEČ ALI ZELEN?” Tablica 26 res vsebuje rdeče črke, tako da je odgovor na to vrašanje ‘DA’. Svinčnik bi se premaknil po poti ‘DA’, kar končno pomeni, da je odgovor na vprašanje 26 ‘NE’. Svinčnik se torej premakne s tablice 26 po poti ‘NE’ na tablico 55.

Fiuu.

Večina tablic postavlja vprašanja, in vi nadaljujete po poti, ki je odvisna od odgovora. Nekatere tablice pa delujejo drugače. Tablica 61 vam pove, da morate premakniti oba svinčnika. Poteza ni končana, dokler tega ne opravite. Tablica 55 ima en izhod označen s 'TRALALA' namesto z običajnim 'NE'. Ta razlika je bistvena - naprimer, ko drugi svinčnik kaže na tablico 26.

Zares drastični tablici sta 60 in 65. Tablica 60 spremeni pravilo za obnašanje na tablicah z rdečim napisom. Nadomesti ga z novim: "NADALJUJ PO POTI KI, JE OZNAČENA Z 'DA'." (Temu bomo na kratko rekli pravilo 60.) Tablica 65 prekliče pravilo 60. Lahko se zgodi, da en svinčnik kaže na tablico 60, drugi pa na tablico 65. Vsaka od tablic v bistvu pravi, da ne smete upoštevati druge. Toda to ne povzroča težav z navzkrižnim sklicevanjem, kajti sami se morate odločiti, katero tablico boste upoštevali. Nikoli ne upoštevate obeh naenkrat.

Nekatera navodila se mogoče zdijo dvomljiva. Naprimer, tablica 5 sprašuje ali drugi svinčnik kaže na napis, ki vsebuje besedo 'RDEČ' ali 'ZELEN'. Če drugi svinčnik kaže na tablico 1, je odgovor seveda 'DA'. Toda kaj če tudi drugi svinčnik kaže na tablico 5, ki ima besedi 'RDEČ' in 'ZELEN' med navednicami? Abbottova interpretacija pravi, da so navednice nebistvene in je torej odgovor 'DA'. Ravno tak primer srečamo pri tablici 50, ki sprašuje, če drugi svinčnik kaže na napis, ki se nanaša na krave. Besede 'KRAVE' pa ni na nobeni drugi tablici. Seveda je mogoče, da oba svinčnika kažeta na tablico 50, kar pomeni, da lahko premaknete en svinčnik v 'CILJ' - razen seveda če se vam zdi, da tablica 50 ne govori o kravah kot takih. Izogibajte se te vrste filozofskim razglabljanjem, sicer ne boste nikoli rešili labirinta.

Mogoče ste po dosedanjih razlagah prepričani, da je edina možna pot, ki vas pripelje v 'CILJ', tista pri kateri imate oba svinčnika na tablici 50. To bi bilo res, če ne bi obstajala tablica 60. Če vam uspe postaviti en svinčnik na tablico 50, ko velja pravilo 60, potem ste opravili, ne glede na to kje je drugi svinčnik. Pravzaprav si je mogoče zamisliti še en način, kako bi lahko dosegli 'CILJ'; ali ga lahko najdete?

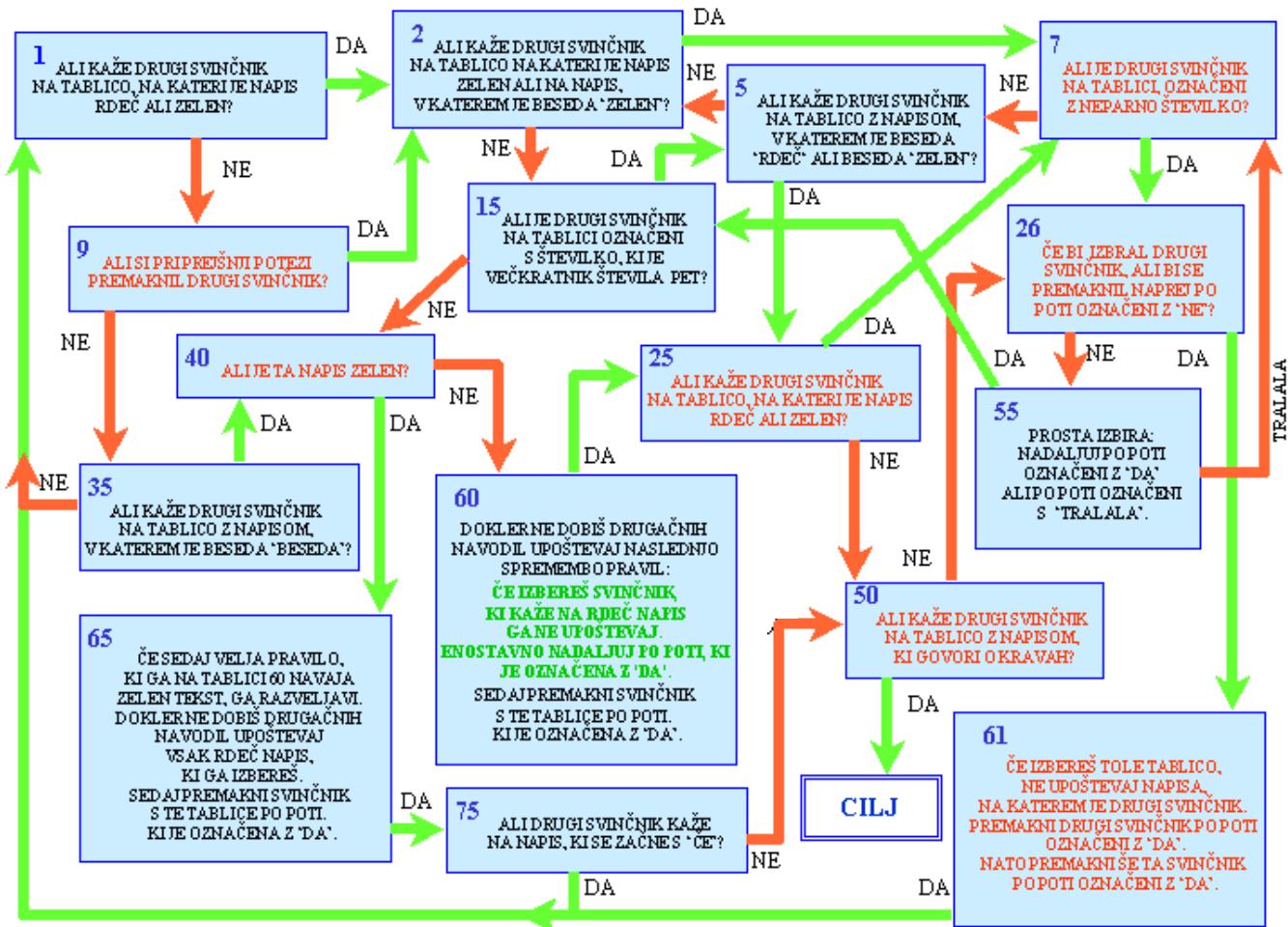
Najbolj nenavadna situacija, ki se vam lahko zgodi, je, da sta oba svinčnika hkrati na tablici 26. V tem primeru ni nobenega jasnega načina, kako odgovorti na vprašanje. Kako se rešiti iz zagate? Abbott je zgradil svoj labirint tako zvito, da se lahko znajdeta na polju 26 oba svinčnika hkrati samo v primeru, ko velja pravilo 60, takrat torej, ko napisa na tablici 26 ne smete upoštevati! Isto velja, če oba svinčnika kažeta na tablico 61.

Sedaj vam preostane le še to, da se labirinta lotite sami, brez dodatne pomoči. Če se ga ne želite lotiti z grobo silo, lahko izberete med nekaj strategijami. Lahko si recimo ogledate ključne sestavine labirinta. Naprimer, če želite priti v 'CILJ', morate imeti en svinčnik na tablici 50 in biti v situaciji za katero je pravi odgovor 'DA'. Drugi trik je premikanje po labirintu nazaj od izbrane situacije.

Veliko zabave!

Reference

1. R. Abbott, *Supermazes*, Prima publishing, Rocklin, Calif., 1996
(Originalni članek je sestavil Ian Stewart in ga lahko najdete v decemberski številki (1996) revije Scientific American v redni rubriki *Mathematical Recreation*



Slika 1. *KJE SO KRAVE?* je labirint izjav, ki se sklicujejo druga na drugo (in nima nič opraviti s kravami).

NAMIGI

Če ste poizkusili vse zgoraj omenjene trike in še vedno tičite nekje sredi labirinta, je tu nekaj predlogov:

- Če hočete priti do CILJA, morate priti do pozicije (50, 50), v kateri oba svinčnika kažeta na tablico 50 in hkrati ne deluje pravilo 60. Drugih dveh strategij do cilja v resnici ne moremo izpeljati.
- Če hočete doseči pozicijo (50,50), morate najprej priti v položaj (35,35). Takrat ste 18 korakov stran od CILJA.
- Če hočete doseči pozicijo (35,35), morate prej priti v položaj (61,75) in izbrati svinčnik na tablici 61. Potem lahko gresta oba svinčnika na tablico 1. Od tam je enostavno do položaja (35,35).
- Poti, ki vas pripeljejo od začetka (1,7) do (61,75) je veliko. Pri vseh variantah morate morate aktivirati pravilo na tablici 60 ter ga nato razveljaviti na tablici 65.

REŠITEV

Pri vsakem paru označuje številka v mastnem tisku svinčnik, ki ga morate izbrati za naslednjo potezo. Zvezdica pove, da je aktivno pravilo 60.

(1,7), (1,26), (2,26), (**15,26**), (26,40), (26,60), (55,60), (**25,55**)*, (7,55)*, (**26,55**)*, (**55,61**)*, (**15,61**)*, (**40,61**)*, (61,**65**)*, (**61,75**), (1,1), (1,9), (1,35), (9,35), (35,35), (35,40), (35, **60**), (**25,35**)*, (7,35)*, (**26,35**)*, (35,**61**)*, (1,35)*, (9,35)*, (2,35)*, (**15,35**)*, (5,35)*, (5,40)*, (25,**40**)*, (25,**65**)*, (25,75), (50,75), (**50,50**), CILJ.
